

Arezzo - 20 febbraio 2014

**Le difficoltà ed i disturbi di apprendimento
della matematica: ipotesi di intervento per il
primo ciclo scolastico**



POLO APPRENDIMENTO
PREVENZIONE POTENZIAMENTO RIABILITAZIONE

**“Lo sviluppo della cognizione numerica
e i problemi di apprendimento
in ambito matematico”**

Dott.ssa Martina Pedron

**Dipartimento di Psicologia dello Sviluppo e della
Socializzazione**

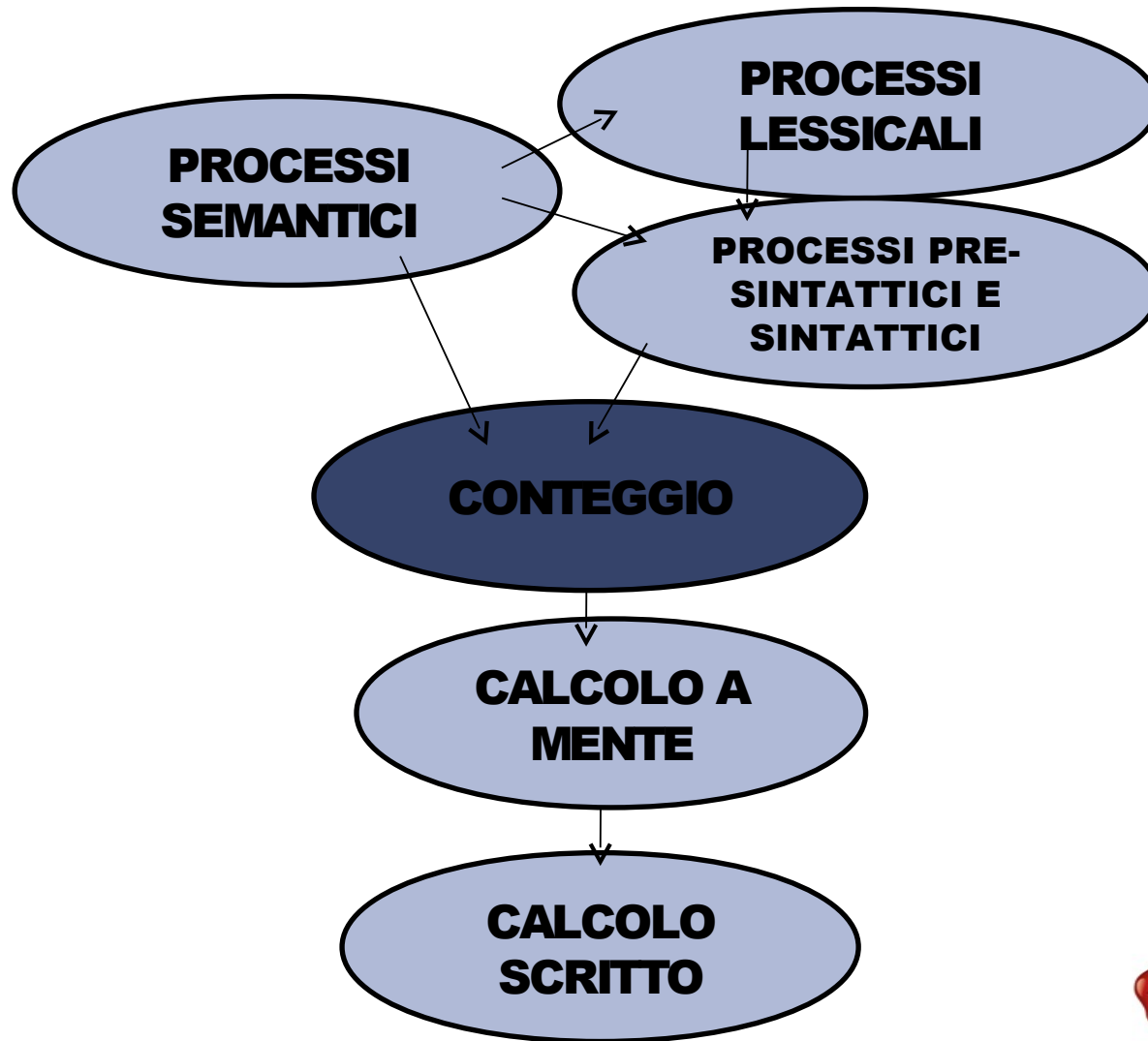
Università degli Studi di Padova

Polo Apprendimento

Il conteggio

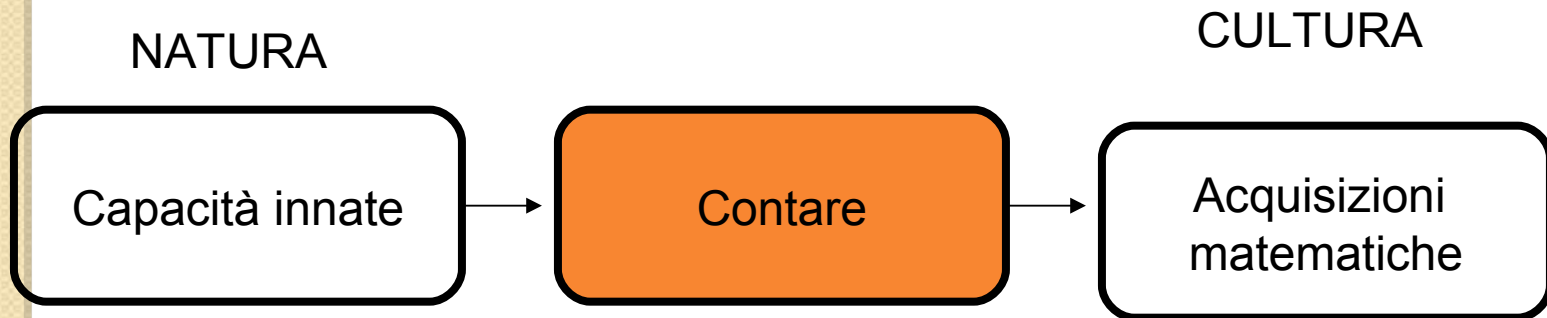
In che modo i bambini imparano a contare?





Natura vs Cultura

- «la natura fornisce un nucleo di capacità per classificare piccoli insiemi di oggetti nei termini delle loro numerosità [...] per capacità più avanzate abbiamo bisogno dell'istruzione, ossia di acquisire gli strumenti concettuali forniti dalla cultura in cui viviamo» **Butterworth** (1999)



Lo sviluppo delle abilità di conteggio

- **Gelman e Gallistel** (1978), hanno elaborato la “teoria dei principi di conteggio” secondo la quale l'acquisizione dell'abilità di conteggio verbale è guidata dalla conoscenza innata di alcuni principi basati sulla competenza numerica non verbale.



Il conteggio (2-6 anni)

- Il concetto di numero si evolve nell'acquisizione di alcuni principi:
- **1. Corrispondenza biunivoca** (ad ogni elemento dell'insieme deve corrispondere una sola parola-numero e viceversa);
- **2. Il principio dell'ordine stabile** (le parole-numero devono essere ordinate in una sequenza fissa e inalterabile);
- **3. Il principio della cardinalità** (l'ultima parola-numero usata nel conteggio rappresenta la numerosità dell'insieme).



Ogni bambino avrà la sua caramella?



Lo sviluppo delle abilità di conteggio



- La padronanza di questi principi comincia verso i 2-3 anni e, per la maggior parte dei bambini, si completa attorno ai 5 anni
- Viene acquisito per ultimo il principio della cardinalità
- Dai 2 anni appare il concetto di corrispondenza biunivoca: il bambino distribuisce un giocattolo a ogni persona, mette ogni tazza sul suo piattino, ecc.

Come si costruisce la conoscenza dei bambini intorno ai numeri?

I bambini di 5 anni sanno già riconoscere diversi aspetti implicati nel numero:

- ✓ **aspetti lessicali:** *i numeri si scrivono, si dicono,...*
- ✓ **aspetti semantici:** relativi alla quantità
- ✓ **aspetti funzionali di calcolo e conteggio:** *i numeri servono a....*

Ma ci sono anche altri meccanismi innati:

- **Span numerico = 3**
- **$n + 1$ a partire da 1**
- **$n - 1$**
- **Corrispondenza biunivoca**
- **Ordine stabile**

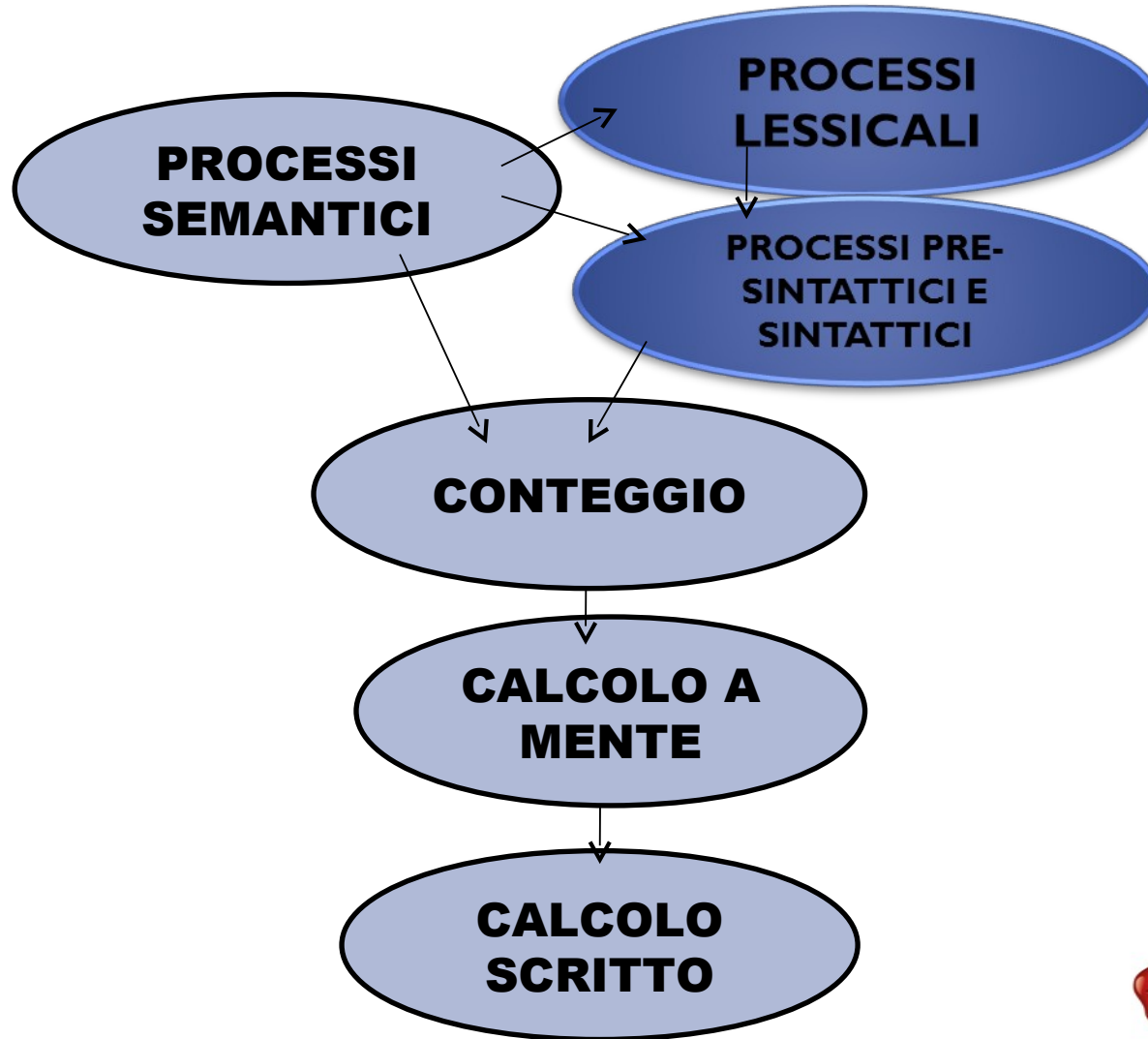
→ **Età critica tra i 4.5 e i 5.5**

COMPETENZE / ETA'	Competenze numeriche pre-verbali	Abilità di conteggio	Scrittura dei numeri	Strategie del calcolo
0 – 2 ANNI	$n \pm 1$ <i>Subitizing</i>			
2 – 4 ANNI		Acquisizione delle parole- numero Corrispondenza biunivoca Ordine stabile	Notazione nulla	
4 – 6 ANNI		Cardinalità	Corrispondenza biunivoca Notazione convenzionale	
DAI 6 ANNI				Strategie di conteggio

° Leggere e scrivere i numeri

In che modo i bambini imparano a leggere e scrivere i numeri?





Lo sviluppo della comprensione simbolica (Bialystock)

Sistema orale
Numero che si dice "tre"

Sistema scritto
Numero che si scrive "3"

Semante
corrispondente
3 mele

La comprensione avviene secondo questi stadi:

1. L'apprendimento delle *notazioni orali dei numeri*

I bambini recitano la sequenza appresa, ma non sanno distinguere gli elementi sia nella scrittura sia nel semante corrispondente

2. La *rappresentazione formale*

La capacità di riconoscere il nome verbale e la scrittura corrispondente al numero risultano integrate

3. La *rappresentazione simbolica*

La rappresentazione formale (nome e scrittura del numero) è integrata al riconoscimento della quantità corrispondente

Come la mente si rappresenta il numero?

Tre distinte rappresentazioni numeriche con codici:

Visivo – arabico

Verbale (lessicale, fonologico e sintattico)

Analogico

Ciascun codice è legato a specifici processi di input /output e implicato in specifiche abilità numeriche.

Il passaggio da un codice all'altro richiede la **TRANSCODIFICA** di input/output.



IL MODELLO DEL TRIPLO CODICE

L'informazione numerica è processata in diverse zone del cervello a seconda della modalità (codice) in cui è presentata.

Questo modello ci mostra come **specifiche aree cerebrali del nostro cervello vengano designate all'elaborazione dell'informazione numerica** a seconda del formato sotto cui questa si presenta: la natura ha fatto in modo che alcuni neuroni fossero deputati all'elaborazione esclusiva di questo tipo di informazione.

Il modello del triplo codice (Dehaene e Cohen, 1995)

**Processi di
Subitizing e
stima
Compiti di
comprensione
semantica**



*Operazioni non
simboliche indipendenti
dal tipo di input
Rappresentazione
semantica del N.
Linea numerica*

*Calcolo approssimato e mentale complesso:
spazio mentale visivo sul quale manipolare i
numeri, attiva regioni neuronali attive
nell'elaborazione analogica*



**Processamento
di Output
verbale
Input uditivo
Compiti
lessicali e
sintattici**

*Via a-semantica
o diretta*

**Processamento di n. arabi –
compiti lessicali e**

Il modello del triplo codice (Dehane e Cohen, 1995)

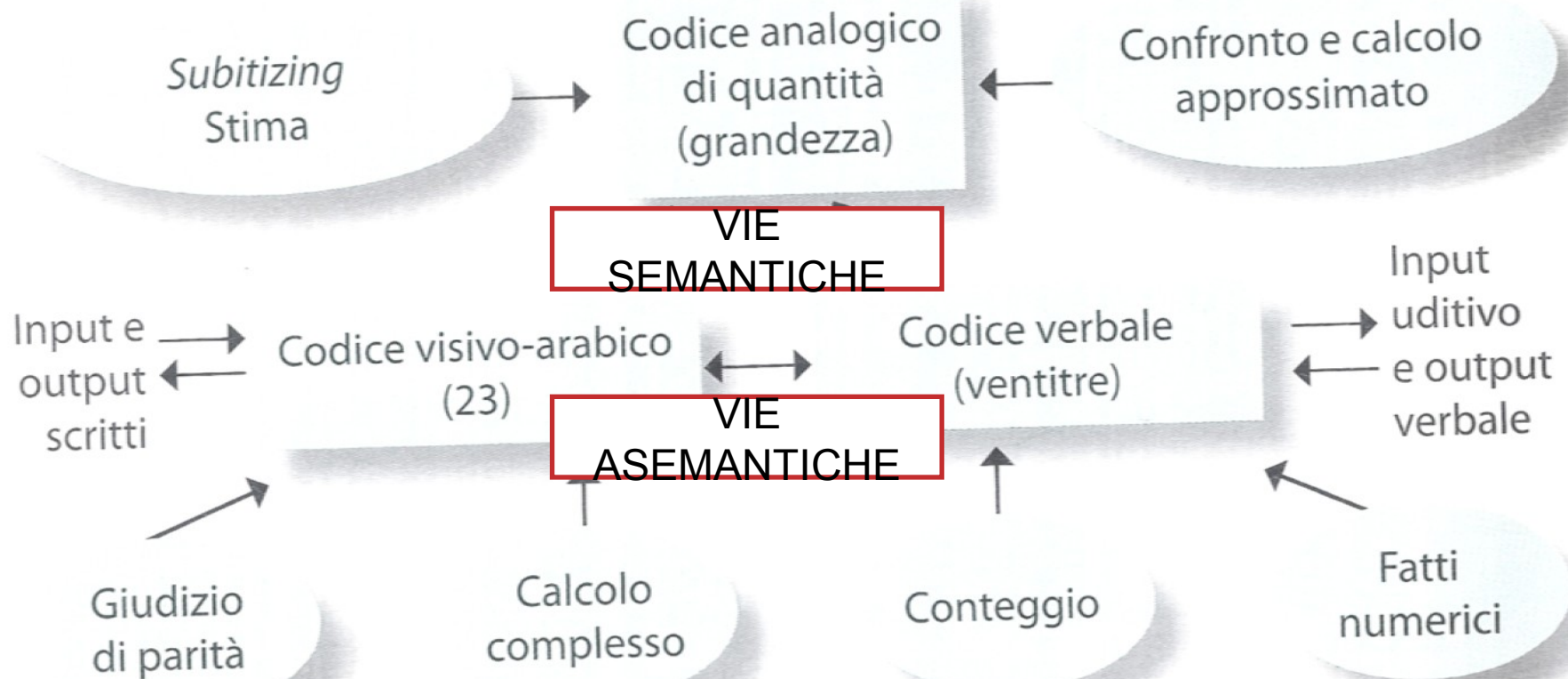
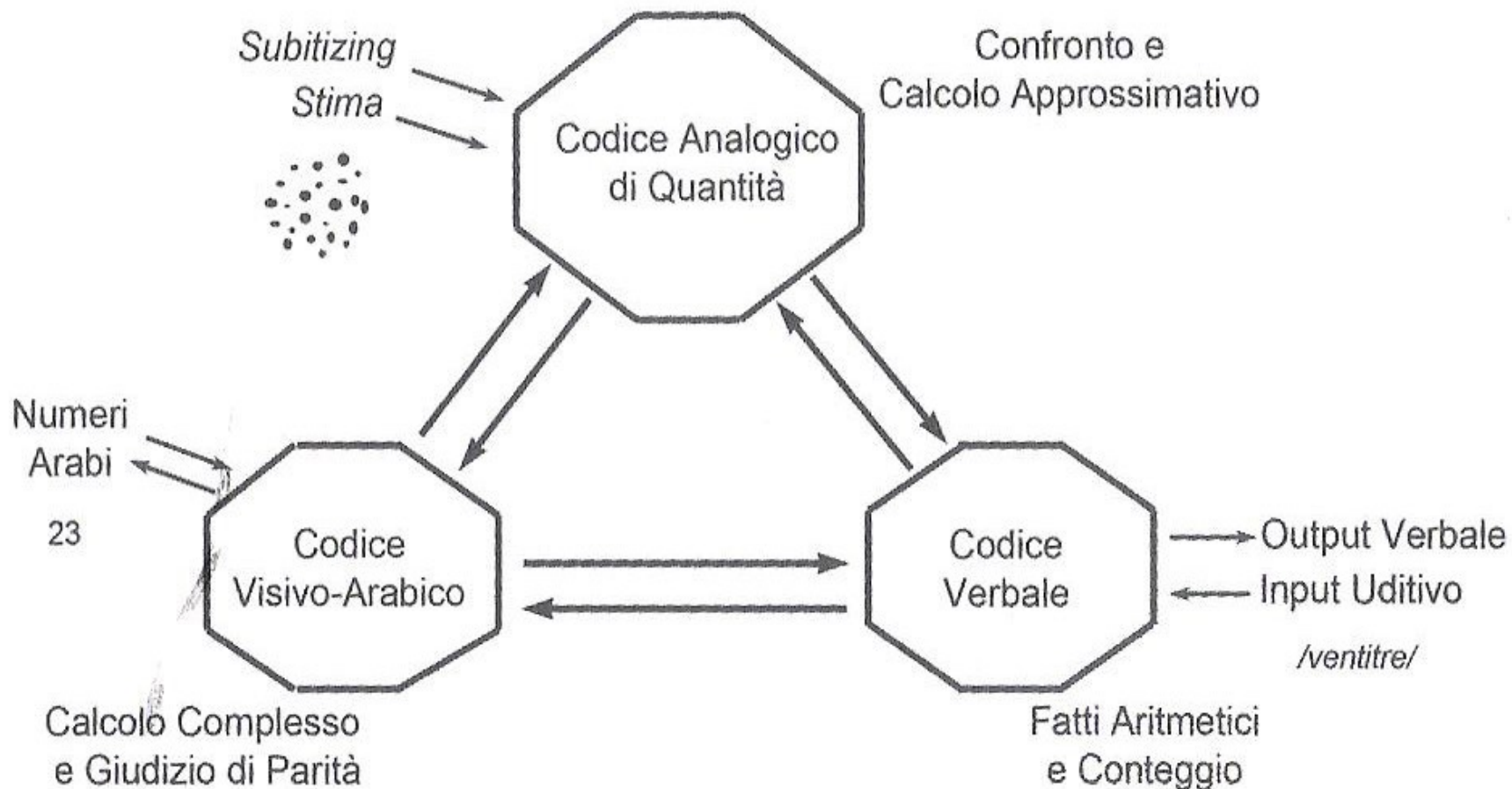


Figura 3.2 – Il modello del Triplo Codice (Dehaene e Cohen, 1995)



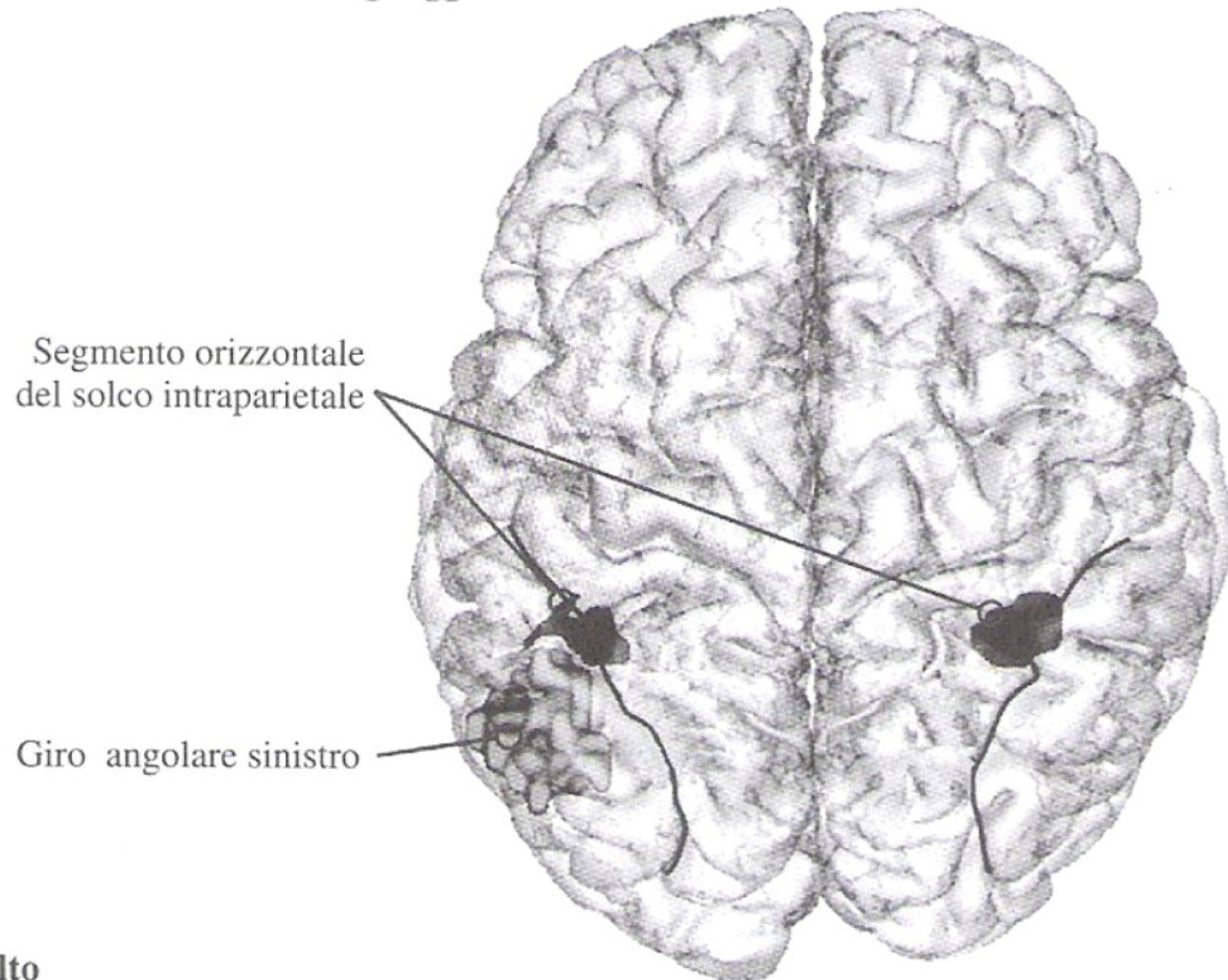
Codice verbale: implicato nel recupero dei fatti aritmetici (tabelline e addizioni semplici – entro il 10).

Persone bilingui: il recupero della tabellina è sempre più rapido se eseguito nella lingua utilizzata al momento dell'apprendimento (Gonzalez, 1987).

Correlato anatomico del codice verbale: giro angolare dell'emisfero sinistro (dominante per il linguaggio). Dehaene, 2003

Giro angolare: più attivato nelle moltiplicazioni rispetto alle sottrazioni.

Figura 3.3 – Aree corticali che sottendono l'elaborazione della quantità numerica e le abilità numeriche mediate dal linguaggio



Vista dall'alto

Nella vista dall'alto del cervello umano sono evidenziati il solco intra-parietale di entrambe gli emisferi (in grigio più scuro) e il giro angolare sinistro (in grigio più chiaro)

Fonte: adattata da Dehaene et al. (2003)

Compiti di transcodifica (lettura a voce alta di numeri arabi e scrittura sotto dettatura) **può avvenire senza accesso obbligatorio alla via semantica** (cioè al codice analogico di quantità).

Invece, nel **compito di denominare il numero più grande di una coppia di numeri arabi** implica il passaggio dal codice visivo-arabico alla rappresentazione analogica, dove è realizzato il confronto, e infine al codice verbale, dove viene prodotto il risposta.

Codice	Descrizione	Esempi
Analogico	È preposto all'elaborazione dell'informazione numerica quando questa si presenta in formato non simbolico: se osserviamo un insieme di oggetti siamo in grado, attraverso specifiche aree cerebrali, di rappresentarci la sua numerosità e di confrontarla con quella di altri insiemi.	Se dobbiamo scegliere fra due insiemi di monete di un Paese sconosciuto non conoscendone il valore, la strategia migliore per aumentare le possibilità di guadagno è prendere l'insieme più numeroso, indipendentemente dalla grandezza delle monete.
Visivo-arabico	È deputato all'elaborazione della forma visiva dei numeri, nella cultura occidentale è la notazione araba ("23"). Il codice si attiva in tutti quei compiti di lettura e scrittura dei numeri, oltre che nei processi di calcolo esatto (mentale e scritto e il giudizio di parità).	Data l'esperienza maturata nel corso dell'istruzione, riconosciamo le cifre in maniera automatica ogni volta che le vediamo scritte su un foglio e dobbiamo magari eseguire delle operazioni. Tutto cambia se modifichiamo il codice: $1 = A, 2 = B, 3 = C, 4 = D, 5 = E.$ Come si risolve: $BC + AB = ?$
Verbale	È la rappresentazione linguistica dei numeri e coinvolge l'aspetto lessicale, sintattico e fonologico. I numeri sono considerati come delle vere e proprie parole potenzialmente prive di semantica. I meccanismi cerebrali deputati al processamento delle parole-numero sono i medesimi destinati all'elaborazione dell'informazione linguistica.	I fatti numerici sono memorizzati primariamente come informazione di tipo verbale: il suono "sette per sette: quarantanove" viene immagazzinato in memoria come un materiale verbale, così come avviene per le filastrocche.

La semantica = il significato numerico dei numeri

- La grandezza numerica è rappresentata in modo analogico e visuospaziale.
- Metafora della linea numerica mentale: l'ipotesi prevalente è che i numeri siano rappresentati in modo topografico (i numeri contigui sono fisicamente vicini) e ordinati per grandezza lungo una linea che, almeno nella cultura occidentale, è orientata da sinistra a destra.



LA LINEA NUMERICA MENTALE

Galton (XIX secolo): indagine su come persone normali si rappresentano i numeri:

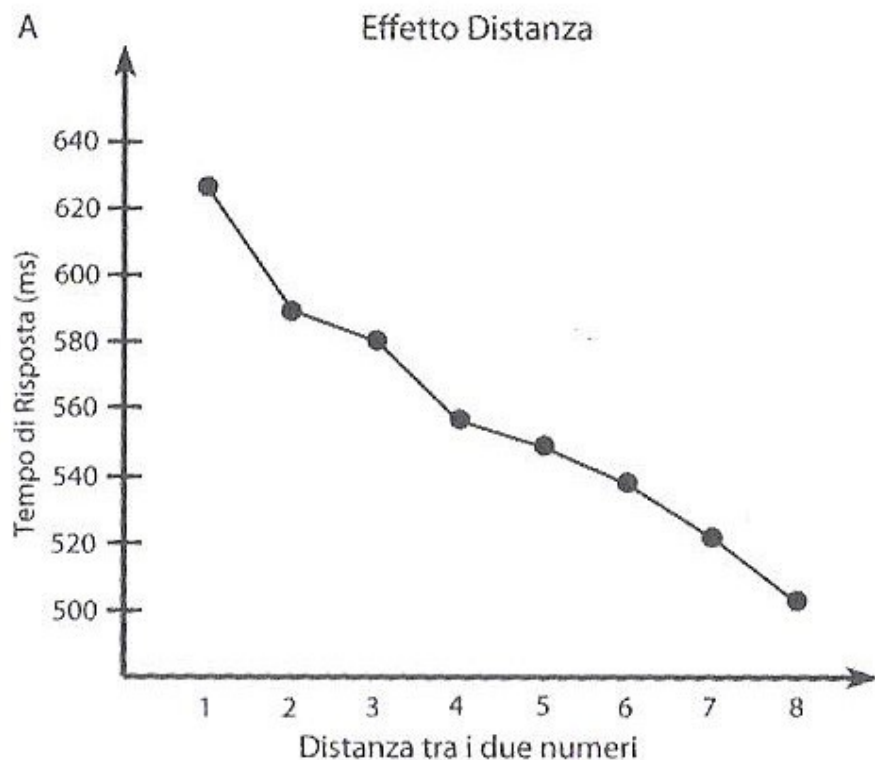
- IMMAGINE VISIVA
- COLORATI
- DISPOSTI SU UNA LINEA DA SINISTRA A DESTRA



LINEA NUMERICA MENTALE



Figura 3.4 – Gli effetti della distanza (A) e della grandezza (B) sui tempi di risposta nel confronto numerico. La distanza è la differenza tra i due numeri, mentre la grandezza è indicizzata dal numero più grande della coppia



L'analisi dei tempi di reazione (TR) e degli errori dimostra che le risposte sono tanto più rapide e più accurate quanto maggiore è la differenza fra i due numeri: per esempio, risulta più veloce e più facile confrontare la coppia 5 e 3 che non la coppia 5 e 4. Questo fenomeno, noto come effetto distanza (Moyer e Landauer, 1967; vedi fig. 3.4A), si osserva indipendentemente dal formato degli stimoli (parole-numero, numeri arabi, o insiemi di punti; Buckley e Gilman, 1974).

Oltre all'effetto distanza, i risultati ottenuti nei compiti di confronto dimostrano l'esistenza del cosiddetto effetto grandezza (vedi anche Capitolo 4): a parità di distanza tra i numeri da comparare, le risposte rallentano con l'aumentare della grandezza dei numeri (vedi fig. 3.4B). Per esempio, i TR sono più rapidi per il confronto tra 3 e 5 che per il confronto tra 6 e 8 (in entrambe le coppie la distanza tra i due numeri è di 2). La distanza e la grandezza numerica, soprattutto nel caso del confronto non-simbolico di numerosità (insiemi di punti), sono spesso indicizzate in modo congiunto dal logaritmo del rapporto tra i due numeri da confrontare.

Processi semantici e discalculia

I bambini con discalculia evolutiva hanno maggiori difficoltà nel discriminare quantità rappresentate in maniera analogica (Piazza et al., 2010), e questo potrebbe essere alla base delle loro successive difficoltà in ambito matematico.

Ad es. un bambino posto di fronte ad una quantità numerica (5 elementi) produrrà diverse risposte (5, 4, 6, 7) rendendo meno forte il legame tra la parola 5 e il suo significato semantico.

La sintassi (etimo = ordinare insieme) dei numeri

La COSTRUZIONE SINTATTICA dei numeri prevede l'unione di:

- **elementi lessicali primitivi** (numeri dall'1 al 9, le decine, numeri dall'undici al sedici)
- **miscellanei** ("cento", "mila", ...)

Il sistema numerico lega (sintassi) le cifre per mezzo di regole

- di tipo **additivo** ($23=20+3$)
- di tipo **moltiplicativo** ($2000 = 2 \times 1000$)

Integrandole si possono produrre tutti i numeri in \mathbb{N}
($223=2 \times 100+20+3$).



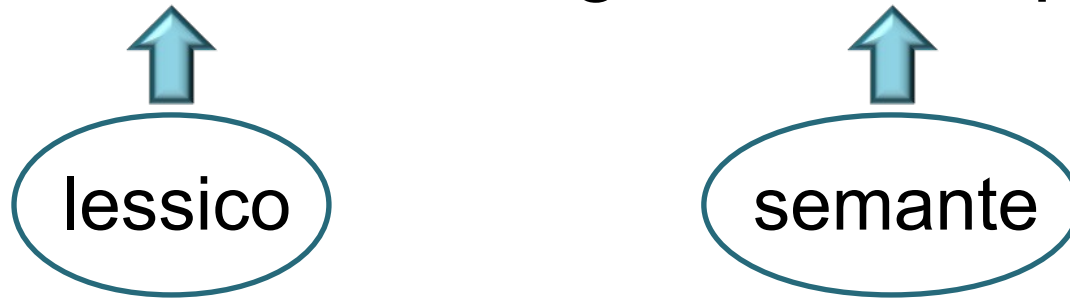
Sintassi e discalculia

Dato che la discalculia evolutiva spesso si accompagna a deficit di natura visuo-spaziale (Morrison e Siegel, 1991; Geary, 1993) quando gli alunni si trovano ad affrontare il valore posizionale delle cifre potrebbero essere portati a compiere maggiori errori nel posizionamento delle cifre, confondendone la posizione.

Così come per il linguaggio, anche per i numeri possiamo distinguere tra il significato - ovvero la semantica - e la *forma*, ricordando che la seconda di per sé non ci fornisce informazioni sul primo (ad esempio, la forma del 5 non ci dice nulla sulla sua numerosità o sul fatto che sia più grande del 3).

Il numero...

Ha un nome e un significato di quantità.



è anche un “tutto” che mette in
relazione le sue parti

Il lessico: il “vestito verbale”, parlato e scritto, del numero

Riguarda la produzione di parole che definiscono correttamente il nome di ciascuna cifra contenuta in un numero.

Il problema, è che 4 non è sempre //quattro//, può essere //quaranta//, //quattromila// oppure nel 14 è //quattor//

Nelle prime fasi di apprendimento i nomi dei numeri possono confondersi e 4 è letto //sette//, 6 /

Processi lessicali e discalculia

Imparare a leggere ed a scrivere i numeri potrebbe richiedere un maggiore sforzo per i bambini con discalculia o con discalculia associata a dislessia.

Sebbene i bambini con discalculia siano in grado di denominare correttamente i numeri, la loro velocità di transcodifica dal codice visivo-arabico a quello verbale rimane più lenta rispetto agli altri

(Landler et al. , 2004).

Meccanismi Semantici

regolano la comprensione della quantità

3 = 

Meccanismi Lessicali

regolano il nome del numero

1 - 11

Meccanismi Sintattici

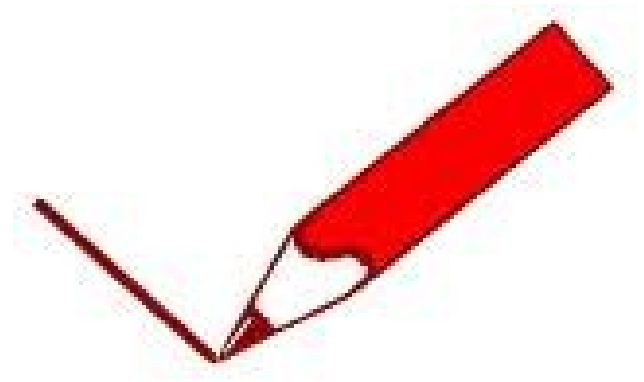
Grammatica Interna =

Valore Posizionale delle Cifre

Esempio	da	U	la posizione
	1	3	cambia il nome
	3	1	cambia il semante



ALCUNI ERRORI....



Per quanto riguarda gli **errori maggiormente commessi dai bambini nella lettura dei numeri**, si possono distinguere:

- **errori a livello di lessico numerico**, quelli cioè relativi alla produzione delle singole cifre, ma che non coinvolgono il loro posto all'interno del numero. Ad esempio: 4 / 7 leggo, scrivo o dico ad alta voce «sette» invece di «quattro»

- **errori di lettura a base sintattica**, quelli cioè dovuti a difficoltà nel riconoscimento delle posizioni delle cifre all'interno del numero, legati pertanto alla sintassi interna del numero stesso.

Ad esempio: 574 «cinquesettequattro»
20057 «duecentocinquantasette»

